

TỔNG QUAN ĐỀ THI

	Tên bài	File chương trình	File dữ liệu vào	File kết quả
Bài 1	Lát gạch	LATGACH.*	LATGACH.INP	LATGACH.OUT
Bài 2	Cân bằng	BALANCE.*	BALANCE.INP	BALANCE.OUT
Bài 3	Dưa hấu	DUAHAU.*	DUAHAU.INP	DUAHAU.OUT
Bài 4	Tương tự	TUONGTU.*	TUONGTU.INP	TUONGTU.OUT
Bài 5	Nhiệm vụ bất khả thi	IMPOSSIBLE.*	IMPOSSIBLE.INP	IMPOSSIBLE.OUT

- Dấu * được thay thế bởi SB3, PAS, CPP hoặc PY của ngôn ngữ lập trình được sử dụng tương ứng là Scratch, Pascal, C++ hoặc Python.

- Đề thi gồm 08 trang, 05 bài. Thí sinh có thời gian làm bài trong 150 phút.

Lưu ý:

- Tất cả các bài đều sử dụng nhập xuất từ file.
- Thí sinh được phép nộp bài tối đa **05** lần. Điểm của bài làm đó sẽ được tính bằng bài nộp có điểm cao nhất trong 5 lần nộp đó. Lưu ý chỉnh phiên bản ngôn ngữ lập trình phù hợp để nộp, tránh lỗi Compile Error (C++ Themis đối với C++, Python 3 đối với Python, Scratch đối với Scratch, Pascal Themis đối với Pascal).
- Bài nộp của thí sinh sẽ được chấm dưới dạng **pre-test** trong thời gian thi. Cho nên, số điểm thí sinh nhận được chưa phải là số điểm chính thức. Thí sinh sẽ nhận được điểm chính thức sau vài ngày trên fanpage [này](#).
- Điểm của thí sinh được làm tròn đến 2 chữ số sau dấu phẩy.
- Thí sinh không được phép sử dụng các định hướng biên dịch chương trình có các từ khoá sau: *pragma, optimize, target, O3, Ofast, unroll-loops, avx, avx2, fma, omit-frame-pointer*. Nếu không, thí sinh sẽ bị loại.

- Thí sinh không được thực hiện các hành vi gian lận trong suốt quá trình làm bài thi (đi hỏi bài thí sinh khác, sử dụng công cụ bên thứ 3, ...). Nếu thí sinh gian lận, kết quả làm bài của thí sinh sẽ bị hủy bỏ. Hệ thống có sử dụng hệ thống kiểm tra trùng lặp mã nguồn (MOSS), nếu bài làm nào có tỉ lệ trùng lặp trên 70% sẽ tính là gian lận.
- Trong mọi trường hợp, quyết định của BTC sẽ là quyết định cuối cùng.

Bài 1. Lát gạch (2 điểm)

Khôi – một học sinh lớp 10 Tin có niềm đam mê mãnh liệt với các bài toán. Hôm nay Khôi gặp một bài toán **Tiểu học** như sau:

- Cho một căn phòng có kích thước là 2×2 . Khôi muốn lát căn phòng này bởi các viên gạch có kích thước là $k \times k$. Hỏi thử có bao nhiêu số nguyên dương k sao cho tồn tại cách lát được **toàn bộ căn phòng (không có chỗ trống nào chưa được lát gạch)**.

Khôi là một học sinh xuất sắc của Thầy Tiến, bởi thế Khôi có thể tính nhẩm nhanh được bài này có 2 số nguyên dương k thỏa mãn điều kiện bài toán, đó là $k = 1$ và $k = 2$.

Để nâng độ khó bài toán này, Khôi đã áp dụng tư tưởng bài toán này vào **Lập trình thi đấu**. Bài toán được phát biểu lại như sau:

- Cho một căn phòng có kích thước là $m \times n$. Khôi muốn lát căn phòng này bởi các viên gạch có kích thước là $k \times k$. Hỏi thử có bao nhiêu số nguyên dương k sao cho tồn tại cách lát được **toàn bộ căn phòng (không có chỗ trống nào chưa được lát gạch)**.

Yêu cầu: Khôi cho bạn 2 số nguyên dương m, n . Bạn hãy đếm số nguyên dương k thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Dữ liệu: Vào từ file văn bản **LATGACH.INP**

- Một dòng duy nhất chứa số nguyên dương m, n ($1 \leq m, n \leq 10^6$)

Kết quả: Ghi ra file văn bản **LATGACH.OUT**

- Một dòng duy nhất là kết quả của bài toán.

Ví dụ:

LATGACH.INP	LATGACH.OUT	Giải thích
2 2	2	$K = 1$ và $K = 2$ thỏa mãn điều kiện đề bài
2 3	1	$K = 1$ thỏa mãn điều kiện đề bài

Ràng buộc:

- Subtask 1 (50%): $m, n \leq 5$;
- Subtask 2 (50%): Không có ràng buộc nào thêm.

Bài 2. Cân bằng (3 điểm)

Một mảng được gọi là **cân bằng** nếu với mọi số nguyên x xuất hiện ít nhất một lần trong mảng, thì x xuất hiện **đúng x lần** trong mảng đó.

Ví dụ:

- $[1, 4, 2, 4, 4, 4, 2]$ là một mảng cân bằng.
- $[2]$ và $[2, 2, 2]$ thì không phải là một mảng cân bằng.

** Quy ước rằng: Mảng rỗng cũng là mảng cân bằng.*

Yêu cầu: Cho một mảng a gồm n phần tử. Hiện tại mảng có thể chưa cân bằng, và bạn được phép xóa một số phần tử để biến nó thành mảng cân bằng. Hãy tìm số phần tử ít nhất cần xóa.

Dữ liệu: Vào từ file văn bản **BALANCE.INP**

- Dòng đầu gồm số nguyên n ($1 \leq n \leq 10^6$) – số phần tử của mảng a
- Dòng thứ hai gồm n số nguyên a_1, a_2, \dots, a_n ($1 \leq a_i \leq 10^7$)

Kết quả: Ghi ra file văn bản **BALANCE.OUT**

- Một dòng duy nhất là kết quả của bài toán.

Ví dụ:

BALANCE.INP	BALANCE.OUT	Giải thích
3 1 2 2	0	Mảng đã là một mảng cân bằng, vì thế không cần xóa thêm phần tử.
5 1 1 2 2 3	2	Xóa phần tử thứ 2 và phần tử thứ 5. Mảng mới là [1, 2, 2].

Ràng buộc:

- Subtask 1 (50%): $n \leq 20, a_i \leq 20$;
- Subtask 2 (20%): $a_i \leq 100$;
- Subtask 3 (30%): Không có ràng buộc nào thêm.

Bài 3. Dưa hấu (2 điểm)

Dưa hấu chắc hẳn là một món ăn thanh mát trong giai đoạn mùa hè nóng bức này. Nó còn vừa có ý nghĩa **“đặc biệt”** (chỉ lớp 11 Tin mới hiểu) đối bạn Dũng, vì thế Dũng rất thích ăn **dưa hấu**. Facebook, Instagram, Threads và cả Tiktok của bạn ấy đều có dấu vết của **Dưa hấu**.

Bạn H (**giấu tên**) biết Dũng rất thích **Dưa hấu**, vì thế H đã tặng cho Dũng n hộp dưa hấu. Bạn Dũng rất thích dưa hấu nhưng bụng của bạn ấy có hạn, vì thế Dũng đã quyết định đem đi tặng cho m bạn thân của Dũng, mỗi người một hộp dưa hấu. Còn $n - m$ hộp dưa hấu còn lại Dũng sẽ đi ăn hết.

Dũng là một người thân thiện và hoạt bát, vì thế bạn nào cũng được Dũng xem trọng như sau. Trong số n hộp dưa hấu mà Dũng có, mỗi hộp dưa hấu có a_i quả dưa hấu. Vì bạn nào cũng được Dũng xem trọng, vì thế Dũng cố gắng chia dưa hấu sao cho **số quả dưa hấu trong hộp của người nhận được nhiều nhất** và **số quả dưa hấu trong hộp của người nhận được ít nhất** phải có độ chênh lệch ít nhất có thể.

* **Độ chênh lệch chính là hiệu của số quả dưa hấu trong hộp của người nhận được nhiều nhất và số quả dưa hấu trong hộp của người nhận được ít nhất.**

Ví dụ: Có 5 bạn, mỗi bạn nhận được lần lượt số quả dưa hấu là 2, 3, 1, 5, 2.

- Số lượng dưa hấu trong hộp của bạn nhận được nhiều nhất: 5
- Số lượng dưa hấu trong hộp của bạn nhận được ít nhất: 1

→ Độ chênh lệch là $5 - 1 = 4$

Yêu cầu: Hãy giúp Dũng chia **dưa hấu** cho m bạn sao cho **độ chênh lệch là ít nhất**.

Dữ liệu: Vào từ file văn bản **DUAHAU.INP**

- Dòng đầu tiên ghi số nguyên dương n, m ($1 \leq m \leq n \leq 10^6$) – lần lượt là số lượng **hộp dưa hấu** và số lượng **bạn thân** của Dũng.
- Dòng thứ hai gồm n số nguyên dương a_1, a_2, \dots, a_n ($1 \leq a_i \leq 10^9$) – số lượng quả dưa hấu trong hộp thứ i .

Kết quả: Ghi ra file văn bản **DUAHAU.OUT**

- Một dòng duy nhất là kết quả của bài toán.

Ví dụ:

DUAHAU . INP	DUAHAU . OUT
5 3 1 3 3 8 2	1

Giải thích:

- Dũng lấy 3 hộp dưa hấu có số lượng dưa hấu lần lượt là 3, 3, 2. Độ chênh lệch là $3 - 2 = 1$.

Ràng buộc:

- Subtask 1 (20%): $n \leq 20$;
- Subtask 2 (30%): $n \leq 10^3$;
- Subtask 3 (50%): Không có ràng buộc nào thêm.

Bài 4. Tương tự (2 điểm)

Quân – một cậu bé có niềm đam mê với những con số, nhưng gần đây (chắc vì có vẻ đang để ý bạn nào) Quân thích một thứ khác hơn đó là những điều “hợp nhau”.

Cậu tin rằng giống như trong tình yêu, có những con số khi đứng cạnh nhau thì rất ăn ý, còn có những số thì dù đẹp đến đâu mà không hợp cũng chẳng thể đi cùng nhau lâu dài.

Trong một lần tương tư, Quân đã nghĩ ra n số nguyên a_1, a_2, \dots, a_n . Cậu gọi đây là những số đẹp, và muốn ghép chúng thành một dãy số đặc biệt. Một dãy số x_1, x_2, \dots, x_k được định nghĩa là đặc biệt nếu:

- Nó là một dãy tăng, hay $x_1 < x_2 < \dots < x_k$
- 2 phần tử đứng cạnh phải “hợp nhau”, tức là $\gcd(x_i, x_{i+1}) > 1, \forall 1 \leq i < k$
- Mọi phần tử trong dãy đều phải là những số đẹp

**Quy ước rằng: Dãy có 1 phần tử là một dãy đặc biệt.*

Yêu cầu: Quân có thể chọn được dãy số đặc biệt có độ dài dài nhất là bao nhiêu?

Dữ liệu: Vào từ file văn bản **TUONGTU.INP**

- Dòng đầu ghi số nguyên dương n ($1 \leq n \leq 10^5$)
- Dòng thứ hai gồm n số nguyên a_1, a_2, \dots, a_n ($1 \leq a_i \leq 10^5; a_i < a_{i+1}$)

Kết quả: Ghi ra file văn bản **TUONGTU.OUT**

- Độ dài dài nhất của dãy số đặc biệt mà Quân có thể chọn.

Ví dụ:

TUONGTU . INP	TUONGTU . OUT
5 2 3 4 6 9	4

Giải thích: Có các dãy số đặc biệt sau: [2; 4; 6; 9], [2; 4; 6], [3; 9], [6]. Dãy dài nhất có độ dài là 4.

Ràng buộc:

- Subtask 1 (10%): a_i là bội của 3 hoặc a_i là số nguyên tố với $\forall i, 1 \leq i \leq n$;
- Subtask 2 (20%): $n \leq 10$;

- Subtask 3 (45%): $n \leq 10^3$;
- Subtask 4 (25%): Không có ràng buộc nào thêm.

Bài 5. Nhiệm vụ bất khả thi (1 điểm)

Bạn đang chơi một trò chơi trí tuệ và cần hoàn thành nhiệm vụ hằng ngày của trò chơi. Nhiệm vụ hôm nay có nội dung như sau:

Bạn được cho một dãy số a gồm n phần tử. Bạn cần thực hiện đúng m thao tác. Với mỗi thao tác i , bạn được cho một số nguyên x_i và thực hiện lần lượt các công việc sau:

- Chọn ra 2 số u, v thỏa: đoạn con liên tiếp $[u - v, u + v]$ nằm trong $[1, n]$ (hay $u - v \geq 1$ và $u + v \leq n$). Và với mỗi $1 \leq i \leq v$, thực hiện hoán đổi phần tử a_{u-i} với a_{u+i} .
- Đánh dấu phần tử tại vị trí x_i . Nếu phần tử này đã bị đánh dấu từ trước đó thì không có gì xảy ra. **Lưu ý:** đánh dấu phần tử, chứ không phải chỉ số hay giá trị phần tử. Điều đó có nghĩa là nếu một phần tử được hoán đổi với một phần tử khác bằng các thao tác trong tương lai, đánh dấu đó vẫn sẽ được giữ nguyên.

Yêu cầu: Sau m thao tác, tổng nhỏ nhất có thể có của các phần tử chưa bị đánh dấu là bao nhiêu?

Dữ liệu: Vào từ file văn bản **IMPOSSIBLE.INP**

- Dòng đầu ghi 2 số nguyên dương n, m ($1 \leq n, m \leq 10^5$)
- Dòng thứ hai gồm n số nguyên a_1, a_2, \dots, a_n ($-10^9 \leq a_i \leq 10^9$)
- Dòng thứ ba gồm m số nguyên x_1, x_2, \dots, x_m ($1 \leq x_i \leq n$)

Kết quả: Ghi ra file văn bản **IMPOSSIBLE.OUT**

- Tổng nhỏ nhất có thể có của các phần tử chưa bị đánh dấu sau m thao tác.

Ví dụ:

IMPOSSIBLE.INP	IMPOSSIBLE.OUT
----------------	----------------

5 3 2 -2 -1 -1 0 1 5 2	-3
5 3 -1 -2 -3 -4 -5 1 2 3	-12

Giải thích: Ví dụ đầu tiên

- Thao tác 1: $x_1 = 1$. Chọn $u = 1, v = 0$ thì $a: [2, -2, -1, -1, 0]$. Đánh dấu phần tử $a_1 = 2$
- Thao tác 2: $x_2 = 5$. Chọn $u = 5, v = 0$ thì $a: [2, -2, -1, -1, 0]$. Đánh dấu phần tử $a_5 = 0$
- Thao tác 3: $x_3 = 2$. Chọn $u = 3, v = 1$ thì $a: [2, -1, -1, -2, 0]$. Đánh dấu $a_2 = -1$
- Các phần tử chưa đánh dấu: $a_3 = -1, a_4 = -2$ nên tổng là -3

Ràng buộc:

- Subtask 1 (25%): $n, m \leq 8$;
- Subtask 2 (50%): $n, m \leq 10^5$ và $a_i \geq 0$ với mọi $1 \leq i \leq n$;
- Subtask 3 (25%): Không có ràng buộc nào thêm.